

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

基於 GHMM 之核平滑化無參數 IRT 教育測驗分析模型之研究 (II) 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 96-2413-H-468-001-
執行期間：96年08月01日至97年07月31日
執行單位：亞洲大學生物科技學系

計畫主持人：劉湘川
共同主持人：郭伯臣
計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理人員：黃文俊
碩士班研究生-兼任助理人員：林奎光
碩士班研究生-兼任助理人員：杜雨潔
博士班研究生-兼任助理人員：林文質

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫涉及專利或其他智慧財產權，2年後可公開查詢

中華民國 97 年 11 月 10 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫

基於 GHMM 之核平滑化無參數 IRT 教育測驗分析模型之研究(II)

計畫類別： 個別型計畫

計畫編號： NSC-96-2413-H-468-001

執行期間： 96 年 8 月 1 日至 97 年 7 月 31 日

執行單純： 亞洲大學生物資訊學系

計畫主持人： 劉湘川

共同主持人： 郭伯臣

計畫參與人員： 黃文俊、林奎光、林文質、杜雨潔

報告類型： 精簡報告

報告附件： 出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式： 本計畫暫不公開查詢

中華民國 97 年 10 月 31 日

「基於 GHMM 之核平滑化無參數 IRT 教育測驗分析模型之研究(II)」

主持人：劉湘川

共同主持人：郭伯臣

壹、研究動機與計畫概述

隨著資訊科技快速進步、測驗形式的改變及需求量的快速增加，以試題反應理論 (IRT) 為核心的現代測驗理論廣泛應用於教育測驗的編製、施測、計分、分析與解釋上。但眾所周知廣為應用之三參數洛基 IRT 模式，在教育測驗的實際應用上仍同時具有下列四種不利之限制：

- 一、三參數洛基 IRT 模式，有測驗試題局部獨立之限制，不適用於像全民英檢類之時間序列測驗，當其前後試題間有狀態轉移序列相關之測驗分析
- 二、三參數洛基 IRT 模式，有測驗試題局部獨立之限制，亦不適用於非時間序列測驗，當試題間有關聯之測驗分析，且無法與試題關聯結構分析法或試題順序理論分析法整合應用。
- 三、常用之三參數洛基 IRT 模式並未考慮受試者遺漏作答或未予作答情況，不完全符合實際教育測驗之應用。
- 四、常用之三參數洛基 IRT 模式是極大樣本之估計模式，至少需上千受試者之樣本，才可得穩定可靠之參數估計值，只適用於大型入學測驗等，不適用於個別學校或班級之教學測驗。

針對第一種及第二種限制，亦即：當一種教育測驗之前後試題間，若有狀態轉移序列相關時，我們可考慮採用具有該特性之「隱藏式馬可夫模型(HMM)」(劉湘川 2004)，或不受該限制之「無參數試題反應理論模式(KN-IRT)」，至於原有之「隱藏式馬可夫模型(HMM)」由於只能分析所有試題之選項分配之亂度相等之測驗，因而，劉湘川於 2004 年將其修正擴張為「廣義隱藏式馬可夫模型(GHMM)」，提出 GHMM 專有適用之三種參數最佳化解演算法，獲得國科會資助進而發展獲得「基於廣義隱藏式馬可夫模型之教育測驗分析模型」，該模式不僅可分析如全民英檢類所有試題選項分配可為任意亂度之狀態轉移序列相關之測驗試題，同時可分析每一試題包含「認知作答」、「猜測作答」、及「未予作答」之三種作答機率，亦即該模式兼具改進第三種限制之優點，唯該研究僅屬古典測驗理論具有上述優點之改進模式，不能精確分析受試者之個別能力，固有必要進一步結合可分析受試者能力之有關試題反應理論模式，整合改進為不具上述所有限制之完備教育測驗分析模式。

為同時克服第一、第二，第四種之限制，宜考慮可分析受試者能力之「無參數試題反應理論模式(NP-IRT)」不僅均無試題局部獨立之假設條件，不具第一、二兩種限制，且可適用受試者千人以下較小之樣本，亦即，不具第四種限制。較

為盛行者為 Ramsay 於 1991 年提出之「核平滑化無參數試題反應理論模式 (KN-IRT)」，劉湘川以相關鑑別度及高階相關鑑別度等替代 Ramsay 所提之高低鑑別度進行受試者能力之改進估計，分別於 2000 年、2001 年、2002 年、2003 年獲得系列「改進之核平滑化無參數試題反應理論模式(KN-IRT)」及進而與試題關聯結構分析法整合之應用模式，但可惜的是；該改進之系列無參數試題反應理論模式與一般無參數試題反應理論模式一樣，不具分析猜測之功能，因此模式有必要進一步結合可同時處理未答及猜測之「廣義隱藏式馬可夫模型(GHMM)」，整合改進為不具上述所有限制之完備教育測驗分析模式。

針對第三種限制之改進，劉湘川與劉新梧於 2001 年以引進隨機未作答虛擬選項方式提出「不完全資料之多元計分三參數試題選項分析擴充模式」，這是三參數洛基 IRT 模式兼顧未答情況之改進模式，可具受試者遺漏作答或未予作答之分析功能，優於既有之參數型試題反應理論模式，但卻仍未能改善第一、二、四之不利限制，類似地，劉湘川亦於 2001 年以引進隨機未作答虛擬選項方式提出「核平滑化無參數試題選項分析擴充模式」，則可具受試者遺漏作答或未予作答之分析功能，亦即，改進之「核平滑化無參數試題選項分析模式」，可同時克服上述四種限制，唯仍不具分析猜測之功能，仍有必要進一步結合可同時處理未答及猜測之「廣義隱藏式馬可夫模型(GHMM)」，以整合發展成不具上述所有限制之完備教育測驗分析模式。

綜合以上所述，得悉；三參數洛基 IRT 模式及其改進模式其估計雖較精確，卻不適用於較小樣本之學校及班級教學測驗，亦不適用於狀態轉移序列相關之測驗分析，更不能與試題關聯結構分析法或試題順序理論分析法整合應用，而劉湘川所提之「改進之核平滑化無參數試題選項反應理論模式(KN-IRT)」正好克服了上述模式之缺失，只有未解決之猜測問題，則可考慮藉由與「廣義隱藏式馬可夫模型(GHMM)」整合而解決之，這正是本研究計畫之背景與動機。

若只考慮應用於大型入學測驗，且無需與試題關聯結構分析法或試題順序理論分析法整合應用，即無第二種限制及第四種限制之考慮時，則可結合參數型現代測驗理論，發展出較精確之「基於廣義隱藏式馬可夫模型兼顧未作答之參數型 IRT 教育測驗分析模型」，若兼顧小型教學測驗及大型入學測驗，且考量與試題關聯結構分析法或試題順序理論分析法整合應用時，即須兼顧四種不利限制之考慮時，則應結合改進之無參數型現代測驗理論，發展出較實用之「基於廣義隱藏式馬可夫模型兼顧猜測及未作答之無參數型 IRT 教育測驗分析模型」。

本研究計畫主要目的即擬在作者多年持續研究發展之既有成果基礎下，結合以作者先前所發展之「基於廣義隱藏式馬可夫模型之教育測驗分析模型」，與作者已提出之「改進之核平滑化無參數試題反應理論模式」之兩種模式，發展出兼顧上述四種限制，可彈性適用各種教育測驗之整合新模型；「基於廣義隱藏式馬可夫模型兼顧猜測及未作答之核平滑化無參數試題反應理論模式」及其便利使用之電腦程式，並以蒙地卡羅模擬研究法，進行所擬發展之完備整合模型；「基於 GHMM 之核平滑化無參數 IRT 教育測驗分析模型」，與既有常用之「三參數洛基 IRT 分析模型」、及「改進之核平滑化無參數試題反應理論分析模式(KN-IRT)」

大量資料之模擬實驗比較，以驗證作者所擬發展之該整合新模型之優越性，進而提出其與「IRS」或「OT」之整合應用模式。

貳、本研究本年度為第二年度、主要工作為：

- 一. 探討GHMM、GHMM、IRT、NP-IRT OT，IRS，SS相關文獻
 - 二. 研發結合GHMM與IRT 與OT之整合模式，GHMM與NP-IRT之與IRS整合模式的相關演算法
 - 三. 蒙地卡羅模擬資料試驗
 - 四. 實際教育測驗資料試驗
 - 五. 撰寫研究報告
- 原定計畫進度規劃如下

研究步驟	月份											
	96 8	96 9	96 10	96 11	96 12	97 1	97 2	97 3	97 4	97 5	97 6	97 7
蒐集文獻資料												
GHMM+KN-IRT+ OT 數學理論探究												
GHMM+KN-IRT+ IRS 數學理論探究												
GHMM+KN-IRT+ SS 數學理論探究												
進行模擬資料實驗												
進行實際資料實驗												
撰寫研究報告												

參、研究成果

- 一、提出 GHMM 與 KN-IRT 與試題順序理論(OT)之整合模式演算法，並提出 GHMM 與 KN-IRT 與試題關聯結構理論(IRS)之整合模式演算法

(一) Airasian & Bart 的順序性理論 (Ordering theory)

依學者 P.W. Airasian & W.M. Bart 的理論指出，試題*i*與試題*j*在選答組合的機率上，可用下表來表示：

表C012

表 1 相異試題選答組合機率表

		試題 j		
		$x_j = 1$	$x_j = 0$	合計
試 題 i	$x_i = 1$	$P(x_i = 1, x_j = 1)$	$P(x_i = 1, x_j = 0)$	$P(x_i = 1)$
	$x_i = 0$	$P(x_i = 0, x_j = 1)$	$P(x_i = 0, x_j = 0)$	$P(x_i = 0)$
合計		$P(x_j = 1)$	$P(x_j = 0)$	1

其中 $p(x_i = 1)$ 表試題 i 答對人數之機率， $p(x_j = 1)$ 表試題 j 答對人數之機率

$p(x_i = 0)$ 表試題 i 答錯人數之機率， $p(x_j = 0)$ 表試題 j 答錯人數之機率

$p(x_i = 1, x_j = 1)$ 表試題 i 與試題 j 均答對人數之機率

$p(x_i = 0, x_j = 0)$ 表試題 i 與試題 j 均答錯人數之機率

$p(x_i = 0, x_j = 1)$ 表試題 i 答錯與試題 j 答對人數之機率

$p(x_i = 1, x_j = 0)$ 表試題答對 i 與試題 j 答錯人數之機率

當 $p(x_i = 0, x_j = 1) < \varepsilon$ ，且 ε 為定數 ($0.02 \leq \varepsilon \leq 0.04$) 時，則有試題 $i \rightarrow$ 試題 j 之順序性存在，亦即試題 i 為試題 j 之下位概念，試題 j 為試題 i 之上位概念，在試題難易度上，試題 j 應屬較難，試題 i 則較容易。

(二) 竹谷 誠之試題關聯結構分析法 (Item relational structure)

竹谷 誠於 1980 年改良了 Airasian & Bart 的順序性理論，而完成了試題關聯結構分析法理論，對於試題間之順序性，其定義如下：

$$r_{ij}^* = 1 - \frac{p(x_i = 0, x_j = 1)}{p(x_i = 0)p(x_j = 1)}$$

其中 $p(x_i = 0)p(x_j = 1)$ 表試題 i 與試題 j 彼此相互獨立之部分，而 $p(x_i = 0, x_j = 1)$ 則表試題 i 與試題 j 彼此相互關聯之部分，依竹谷 誠之試題關聯分析法理論指出，當 $r_{ij}^* \geq 0.5$ 時，則有試題 i 到試題 j 之順序性關係，也就是說，試題 i 為試題 j 之下位概念，試題 j 則為試題 i 之上位概念，其中 0.5 稱為臨界值，乃由電腦模擬所產生，臨界值可酌予調整，藉由觀察試題間之順序性，降低臨界值，則順序性之指向會增多，調高臨界值，則順序性之指向會減少，一般臨界值乃介於 0.4 到 0.6 之間。

(三) 試題選項順序性理論與試題選項關聯結構分析法

劉湘川 (2001) 針對 Airasian & Bart 的順序性理論及竹谷 誠的試題關聯結構分析法提出了更進一步的擴充性定義，並且與「相關加權常態轉換估計法」相整合，此結合模式可更進一步分析測驗中各試題之關聯順序。其定義如下：

I. 試題選項順序性理論

劉湘川擴充 Airasian & Bart 的順序性係數定義；定義試題 i 選項 j 到試題 i' 選項 j' 之順序性係數如下式：

$$EOI(ij, i'j' | \theta_w) = p(x_{ij} = 0, x_{i'j'} = 1 | \theta_w)$$

II. 試題選項關聯結構分析法

劉湘川擴充竹谷 誠 (1991) 之順序性係數之定義，定義試題 i 選項 j 到試題 i' 選項 j' 之順序性係數如下式：

$$r(ij, i'j') = 1 - \frac{p(x_{ij} = 0, x_{i'j'} = 1 | \theta_w)}{p(x_{ij} = 0 | \theta_w) p(x_{i'j'} = 1 | \theta_w)}$$

其中 $p(x_{ij} = 0 | \theta_s) = 1 - \hat{p}_{ij}(\theta_s)$, $p(x_{i'j'} = 1 | \theta_s) = \hat{p}_{i'j'}(\theta_s)$, $\hat{p}_{ij}(\theta_s)$, $\hat{p}_{i'j'}(\theta_s)$ 則如下式：

$$\hat{P}_{ij}(\theta_w) = \frac{\sum_{w=1}^W \exp \left[-\frac{W^{0.4} (\hat{\theta}_w - \theta)^2}{2.42} \right] x_{ij}^{(w)}}{\sum_{w=1}^W \exp \left[-\frac{W^{0.4} (\hat{\theta}_w - \theta)^2}{2.42} \right]}$$

另定義兩試題選項聯合機率如下式：

$$\hat{P}_{ij}(x_{ij} = 0, x_{i'j'} = 1 | \theta_w) = \frac{\sum_{w=1}^W \exp \left[-\frac{W^{0.4} (\hat{\theta}_w - \theta)^2}{2.42} \right] (1 - x_{ij}^{(w)}) x_{i'j'}^{(w)}}{\sum_{w=1}^W \exp \left[-\frac{W^{0.4} (\hat{\theta}_w - \theta)^2}{2.42} \right]}$$

乃是將 $x_{ij}^{(w)}$ 項以 $(1 - x_{ij}^{(w)}) x_{i'j'}^{(w)}$ 取代而得。

若 $EOI(ij, i'j' | \theta_w) < \varepsilon$ 或 $r(ij, i'j') \geq 0.5$ 則表示試題 i 選項 j 到試題 i' 選項 j' 有試題選項關聯順序存在，並簡記為 $x_{ij} \rightarrow x_{i'j'}$ ，若不然，則表示試題 i 選項 j 到試題 i' 選項 j' 沒有試題選項關聯順序存在， ε 為定數 ($0.02 \leq \varepsilon \leq 0.04$)，0.5 稱為閾值，乃是由電腦模擬產生。

(四)「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」與「試題順序理論(OT)」

及「試題關聯結構分析(IRS)」整合應用

採用「核平滑化法無參數試題反應模式」替代「參數型試題反應模式」，有下列兩大優點；除了不受限於受試人數需 200 以上外，且無試題

局部獨立之限制，可進而與「試題順序理論模式 (IOT)」及「試題關聯結構分析 (IRS)」整合應用；本研究所提之「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」不僅同樣可與「試題順序理論模式」及「試題關聯結構分析」整合應用，且可進而改進原有「核平滑化法無參數試題反應模式」計分技術上之缺失，原有「核平滑化法無參數試題反應模式」之答對情況中未分離猜對情況，且答錯情況中未分離未答情況，顯然有失精準，同理可知原有「核平滑化法無參數試題反應模式」與「試題順序理論模式」及「試題關聯結構分析」整合應用時，同樣會發生「未分離猜對與未答之缺失問題」，「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」與「試題順序理論模式」及「試題關聯結構分析」整合應用時，則根本改進了「未分離猜對與未答之缺失問題」。

在進行 KN-IRT 估計時，以 x_{wt} 表受試 w 作答試題 t 答對與否之指示變數，其中「答對包含猜對，答錯包含未答」，應予修正，另已知 $y_{wt1} = 1$ ， $y_{wt2} = y_{wt3} = 0$ 表受試 w 作答試題 t 採取認知作答，其中 y_{wt3} 為受試 w 未作答試題 t 之可觀察指示變數，顯知

$$y_{wt1}(1 - y_{wt3})x_{wt} = y_{wt1}(1 - y_{wt3})x'_{wt} = 1$$

表受試 w 作答試題 t 為認知答對，由「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」，可先估得 $\hat{\theta}_w$ ， $w = 1, 2, \dots, W$ ， $P_t(\theta)$ ， $t = 1, 2, \dots, T$ ，另可藉 Bayes 定理估得 y_{wt1} 及 y_{wt2} 之估計值如下：

$$\hat{y}_{wt1} = \frac{\hat{\pi}_1 \cdot [\hat{P}_t(\theta_w)]^{x_{wt}} \cdot [1 - \hat{P}_t(\theta_w)]^{1-x_{wt}}}{\hat{\pi}_1 \cdot [\hat{P}_t(\theta_w)]^{x_{wt}} \cdot [1 - \hat{P}_t(\theta_w)]^{1-x_{wt}} + \hat{\pi}_2 \cdot \hat{c}_t^{x_{wt}} \cdot (1 - \hat{c}_t)^{1-x_{wt}}},$$

$$\hat{y}_{wt2} = \frac{\hat{\pi}_2 \cdot \hat{c}_t^{x_{wt}} \cdot (1 - \hat{c}_t)^{1-x_{wt}}}{\hat{\pi}_1 \cdot [\hat{P}_t(\theta_w)]^{x_{wt}} \cdot [1 - \hat{P}_t(\theta_w)]^{1-x_{wt}} + \hat{\pi}_2 \cdot \hat{c}_t^{x_{wt}} \cdot (1 - \hat{c}_t)^{1-x_{wt}}}$$

據此，易得「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」與「試題順序理論模式」及「試題關聯結構分析」整合應用。

首先說明「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」與「試題順序理論模式」之整合運用如下：

定義：令 $ord(i \rightarrow j | \theta)$ 表受試能力為 θ 之試題 i 至試題 j 之試題順序係數，

其數式定義如下：

$$ord(i \rightarrow j | \theta) = 1 - P(x_i = 0, x_j = 1 | \theta)$$

其中：

$$P(x_i = 0, x_j = 1 | \theta) = \frac{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right] \sqrt{\{1 - y_{wi1}(1 - y_{wi3})x_{wi}\} \{y_{wj1}(1 - y_{wj3})x_{wj}\}}}{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right]}$$

若 $ord(i \rightarrow j | \theta) > \beta$ ， $ord(j \rightarrow i | \theta) \leq \beta$ ， $\beta \in (0.96, 0.98)$ 時，稱受試能力為 θ 之試題 i 至試題 j 有順序關係，並簡記為 $I_\theta(i) \rightarrow I_\theta(j)$ 。若

$ord(i \rightarrow j | \theta) > \beta$ ， $ord(j \rightarrow i | \theta) > \beta$ ， $\beta \in (0.96, 0.98)$ 時，稱受試能力為 θ 之試題 i 至試題 j 有雙向順序關係，並簡記為 $I_\theta(i) \leftrightarrow I_\theta(j)$ 。

其次說明「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」與「試題關聯結構分析」整合應用如下：

定義：令 $rel(i \rightarrow j | \theta)$ 表受試能力為 θ 之試題 i 至試題 j 之試題關聯結構係數，其數式定義如下：

$$rel(i \rightarrow j | \theta) = 1 - \frac{P(x_i = 0, x_j = 1)}{P(x_i = 0 | \theta)P(x_j = 1 | \theta)}$$

其中：

$$P(x_i = 0 | \theta) = 1 - P_i(\theta) = 1 - \frac{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right] \hat{y}_{wi1}(1 - \hat{y}_{wi3})x_{wi}}{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right]}$$

$$P(x_j = 1 | \theta) = P_j(\theta) = \frac{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right] \hat{y}_{wj1}(1 - \hat{y}_{wj3})x_{wj}}{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right]}$$

若 $rel(i \rightarrow j | \theta) > 0.5$ ， $rel(j \rightarrow i | \theta) \leq 0.5$ 時，稱受試能力為 θ 之試題 i 至試題 j 有順序關係，並簡記為 $I_\theta(i) \rightarrow I_\theta(j)$ 。若 $rel(i \rightarrow j | \theta) > 0.5$ ， $rel(j \rightarrow i | \theta) > 0.5$ 時，稱受試能力為 θ 之試題 i 至試題 j 有雙向順序關係，並簡記為 $I_\theta(i) \leftrightarrow I_\theta(j)$ 。

二、教育測實驗結果簡介

本研究編製概念題及應用題併列之題組型時間序列診斷測驗內容如下，試題如附錄，經 GHMM+NP-IRT 實驗結果可估得受試學生能力，試題特徵曲線，認知作答、猜測作答、等參數值，有利於個別受試學生之診斷教學

(一)時間序列診斷測驗

- I. 試題來源：國小康軒版之數學教科書、教學指引
- II. 試題範圍：六年級上下學期共 11 個單元

表 2 六年級教學單元

	六年級上學期	六年級下學期
單元名稱	因數、倍數	百分率
	速率	表面積
	數的四則	分數四則
	面積	柱體的體積
	分數的加減	容量
		大單位的換算
		時間的計算

- III. 試題數量：十個題組，每組兩題，共 20 題
- IV. 試題編製原則：

1. 依雙向細目表命題：

根據雙向細目表及參考試題編製應有的命題原則與技巧，由各

單元中挑選一題基本概念題及一題應用或理解之較難問題，逐一設計、撰寫。

2. 編製時間序列題組型測驗

為達成研究目的，將試題編成簡報格式，同一單元的兩題呈現在一頁中，並限定呈現時間及設定題組轉換時的提醒聲音，編製成兩題為一題組的時間序列測驗。

3. 預試：

本測驗採用受試者於六年級第一學期數學科學期成績為效標，預試之測驗內容部分與之相同，但更著重在理解與應用上，所以應與本測驗具有相當之關聯性，下表 3-2-1 為經過 SPSS 軟體分析所得結果：

表 3 六年級時間序列題組型測驗與外在效標之關聯效度

Pearson 相關係數	時間序列題組型測驗成績	六上數學科學期成績
時間序列題組型測驗成績	1	0.812**
數學科學期成績	0.812**	1

** $p < .001$

由上表 3 可觀察出數學科學期成績與時間序列題組型測驗成績相關係數達 0.812， p 值小於 .001，達到顯著水準，在效標關聯效度深具效度。

4. 正式施測

正式施測前，由研究者先向受測學生說明研究的目的、方式，使受測學生能瞭解測驗之用途而盡力作答，增加測驗的效度與信度。

(二) 試題參數及受試者能力估計值分析

本研究的目的之一，即欲改進原有「核平滑化無參數試題反應模式」計分技術上的缺失，原有「核平滑化無參數試題反應模式」之答對情況中未分離猜對情況，且答錯情況未分離未答情況，明顯有失精準。原有「核

平滑化法無參數試題反應模式」與「試題順序理論模式」及「試題關聯結構分析」整合應用時，同樣會發生「未分離猜對與未答之缺失問題」，

「GHMM 與 KN-IRT 結合模式」與「試題順序理論模式」及「試題關聯結構分析」整合應用時，則根本改進了「未分離猜對與未答之缺失問題」。

因此，在本實例研究中透過所設計之程式，先計算出受試者之原始總分與答題指示值（1.認知作答 2.猜測作答 3.遺漏作答），並從錯誤答題中分離出遺漏作答，再以 GHMM 與 KN-IRT 結合模式估得 $\Pi_t = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \end{bmatrix}$ 、

c_t 、 $P_t = \overline{P_t(\theta)}$ ， $t=1,2,\dots,T$ 及受試者能力估計值

$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_w \end{bmatrix}_{31 \times 1}$ ， $w=1,2,3,\dots,31$ ，其中 $\hat{\theta}_w \sim N(0, (1)^2)$ 且 $-2 \leq \hat{\theta}_w \leq 2$ 。（產生的數據如下表和圖）

I、GHMM 估算

1. 狀態轉移機率矩陣 Π_t 、 c_t 、：

$$\Pi_t = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9307 & 0.0545 & 0.0148 \\ 0.1601 & 0.8385 & 0.0014 \\ 0.8531 & 0.1250 & 0.0219 \end{bmatrix}$$

2. 符號機率之認知作答機率矩陣 $(P_t, 1-P_t, 0)$ ， $P_t = \overline{P_t(\theta)}$ ， $t=1,2,\dots,T$

表 4 符號機率中的認知作答機率矩陣

題號	認知作答機率矩陣	題號	認知作答機率矩陣
第 1 題	(1, 0.0000, 0)	第 11 題	(1, 0.0000, 0)
第 2 題	(0.8871, 0.1129, 0)	第 12 題	(0.8591, 0.1409, 0)
第 3 題	(0.8257, 0.1743, 0)	第 13 題	(0.9972, 0.0028, 0)
第 4 題	(0.4866, 0.5134, 0)	第 14 題	(0.8730, 0.1270, 0)
第 5 題	(0.9224, 0.0776, 0)	第 15 題	(0.9999, 0.0001, 0)
第 6 題	(1, 0.0000, 0)	第 16 題	(0.7818, 0.2182, 0)
第 7 題	(0.6777, 0.3223, 0)	第 17 題	(0.9521, 0.0479, 0)
第 8 題	(0.208, 0.792, 0)	第 18 題	(0.7456, 0.2544, 0)
第 9 題	(1, 0.0000, 0)	第 19 題	(0.9961, 0.0039, 0)
第 10 題	(0.7182, 0.2878, 0)	第 20 題	(0.5395, 0.4605, 0)

由上表 4，可以發現本測驗以題組型的方式編製，每兩組為同一單元題目，每題組均是第一題通過率高第二題，除第 5、6 題另外設計外，所得結果均是較難試題均較容易試題通過率低；在此，也可清楚發現 GHMM 估算試題答對機率較古典測驗理論的難度指數估算精確。

II. 符號機率之猜測作答機率矩陣 $(c_t, 1-c_t, 0)$, $t=1, 2, \dots, T$

表 5 符號機率中的猜測作答機率矩陣

試題編號	猜測作答機率矩陣	試題編號	猜測作答機率矩陣
第 1 題	(0.2225, 0.7775, 0)	第 11 題	(0.2193, 0.7807, 0)

第 2 題	(0.0004, 0.9996, 0)	第 12 題	(0.0000, 1.0000, 0)
第 3 題	(0.0042, 0.9958, 0)	第 13 題	(0.2248, 0.7752, 0)
第 4 題	(0.0000, 1.0000, 0)	第 14 題	(0.0992, 0.9008, 0)
第 5 題	(0.1647, 0.8353, 0)	第 15 題	(0.0094, 0.9906, 0)
第 6 題	(0.2224, 0.7776, 0)	第 16 題	(0.1461, 0.8539, 0)
第 7 題	(0.2177, 0.7823, 0)	第 17 題	(0.0330, 0.9670, 0)
第 8 題	(0.2281, 0.7719, 0)	第 18 題	(0.0000, 1.0000, 0)
第 9 題	(0.2224, 0.7776, 0)	第 19 題	(0.2153, 0.7847, 0)
第 10 題	(0.0001, 0.9999, 0)	第 20 題	(0.2202, 0.7798, 0)

由上表 5. 可發現試題的猜測度是高低互見，無絕對之情況，並不因為題組內奇數題較簡單，猜測的機率就小些，而偶數題難度較高，猜測的機率就大些。

III. 符號機率之未答作答機率矩陣(0,0,1),

IV. GHMM 與 KN-IRT 結合模式估算受試者的能力參數

$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_w]_{31 \times 1}$, $w=1,2,3,\dots,31$, 其中 $\hat{\theta}_w \sim N(0,(1)^2)$ 。(產生的數據如下表和圖)

表 6. 受試者的能力參數 $\hat{\theta}$ 值

項目 編號	能力值	項目 編號	能力值	項目 編號	能力值	項目 編號	能力值
1	1.0322	11	-0.8843	21	1.0173	31	-0.0577
2	1.0442	12	0.4546	22	0.9995		
3	-0.2436	13	1.0638	23	0.1235		
4	0.6995	14	0.9459	24	-1.2491		
5	1.0580	15	0.7873	25	-1.3488		
6	-1.6548	16	1.0515	26	0.5909		

7	-1.0171	17	-0.4240	27	0.9064		
8	-1.4385	18	-1.1387	28	-0.5915		
9	-1.5189	19	-0.7449	29	0.8545		
10	-1.5908	20	0.2968	30	0.9768		

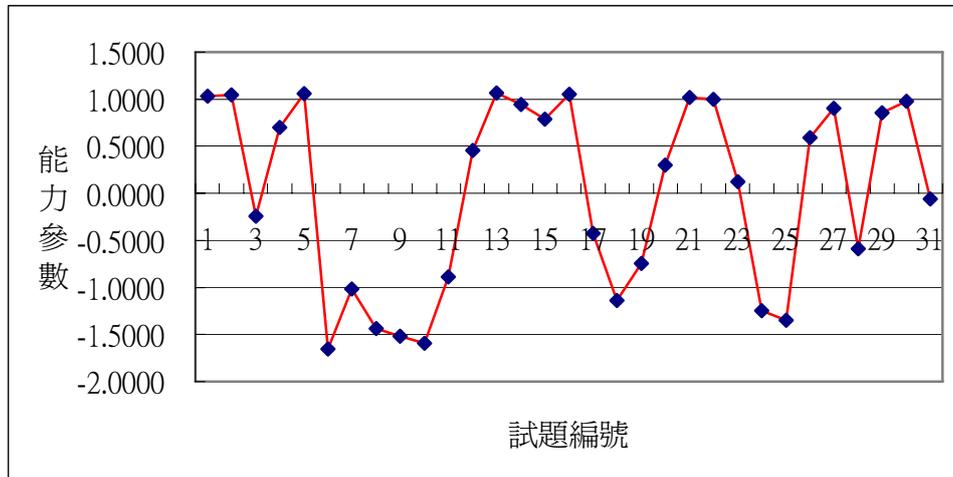


圖 1 受試者的能力參數 $\hat{\theta}$ 值的分布折線圖

由上表 6.和圖 1，可以發現學生中等能力的學生較少，均集中在上下兩側，學生的能力值分布可以看出在數學科的表现呈雙峰分配。

利用 Bilog 應用軟體進行三參數 IRT 各參數和能力值之估算，並與 GHMM-KNIRT 所估算之猜測值與能力值進行 Pearson 相關係數顯著性差異分析，亦發現其中亦有顯著性之相關。

$$V. \text{ 答對的機率矩陣 } \hat{P}_i(\hat{\theta}_w) = \frac{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right] x_{wt}}{\sum_{w=1}^W \exp\left[-\frac{W^{0.4}(\hat{\theta}_{(w)}^{(k)} - \theta)^2}{2.42}\right]}, \quad -2 \leq \hat{\theta}_w \leq 2$$

表 7. 答對的機率矩陣 $\hat{P}_i(\hat{\theta}_w)$ 之值

受試者的編號	第 1 題	第 2 題	第 3 題	第 4 題	第 5 題	第 6 題	第 7 題	第 8 題	第 9 題	第 10 題
1	0.9999	0.9999	0.9499	0.7013	0.9895	0.9999	0.8257	0.1927	0.9999	0.9707
2	0.9999	0.9999	0.9504	0.7040	0.9893	0.9999	0.8261	0.1926	0.9999	0.9714

3	0.9999	0.8139	0.7329	0.1546	0.8116	0.9918	0.4963	0.2566	0.9999	0.5073
4	0.9999	0.9999	0.9339	0.6038	0.9928	0.9999	0.8027	0.1953	0.9999	0.9333
5	0.9999	0.9999	0.9511	0.7071	0.9890	0.9999	0.8267	0.1924	0.9999	0.9723
6	0.9019	0.4277	0.3407	0.0727	0.5214	0.4416	0.3569	0.3948	0.8492	0.1589
7	0.9871	0.5373	0.4321	0.1072	0.6409	0.6626	0.3783	0.3885	0.8717	0.2096
8	0.9335	0.4626	0.3698	0.0880	0.5672	0.4976	0.3674	0.4027	0.8443	0.1668
9	0.9220	0.4496	0.3593	0.0825	0.5507	0.4745	0.3639	0.4007	0.8449	0.1632
10	0.9114	0.4380	0.3496	0.0773	0.5354	0.4561	0.3603	0.3980	0.8467	0.1607
11	0.9999	0.5671	0.4614	0.1081	0.6605	0.7259	0.3812	0.3740	0.8918	0.2363
12	0.9999	0.9999	0.9189	0.4982	0.9836	0.9999	0.7637	0.1968	0.9999	0.8746
13	0.9999	0.9999	0.9514	0.7083	0.9889	0.9999	0.8269	0.1923	0.9999	0.9726
14	0.9999	0.9999	0.9458	0.6804	0.9911	0.9999	0.8217	0.1937	0.9999	0.9642
15	0.9999	0.9999	0.9382	0.6342	0.9930	0.9999	0.8111	0.1949	0.9999	0.9469
16	0.9999	0.9999	0.9508	0.7056	0.9891	0.9999	0.8264	0.1925	0.9999	0.9719
17	0.9999	0.7275	0.6412	0.1191	0.7534	0.9352	0.4364	0.2921	0.9845	0.4060
18	0.9731	0.5136	0.4111	0.1040	0.6219	0.6082	0.3762	0.3974	0.8580	0.1917
19	0.9999	0.6051	0.5024	0.1074	0.6822	0.7941	0.3874	0.3534	0.9178	0.2741
20	0.9999	0.9999	0.9026	0.4153	0.9658	0.9999	0.7216	0.2000	0.9999	0.8156
21	0.9999	0.9999	0.9491	0.6979	0.9898	0.9999	0.8250	0.1929	0.9999	0.9697
22	0.9999	0.9999	0.9483	0.6937	0.9902	0.9999	0.8243	0.1931	0.9999	0.9684
23	0.9999	0.9708	0.8711	0.3181	0.9307	0.9999	0.6578	0.2088	0.9999	0.7300
24	0.9593	0.4940	0.3949	0.0993	0.6032	0.5632	0.3737	0.4019	0.8498	0.1799
25	0.9460	0.4772	0.3816	0.0938	0.5849	0.5268	0.3707	0.4034	0.8456	0.1720
26	0.9999	0.9999	0.9280	0.5608	0.9907	0.9999	0.7886	0.1958	0.9999	0.9116
27	0.9999	0.9999	0.9439	0.6699	0.9918	0.9999	0.8195	0.1940	0.9999	0.9606
28	0.9999	0.6573	0.5617	0.1082	0.7112	0.8662	0.4028	0.3258	0.9498	0.3289
29	0.9999	0.9999	0.9414	0.6551	0.9924	0.9999	0.8162	0.1944	0.9999	0.9552
30	0.9999	0.9999	0.9472	0.6882	0.9906	0.9999	0.8232	0.1934	0.9999	0.9667
31	0.9999	0.9014	0.8152	0.2245	0.8766	0.9999	0.5773	0.2271	0.9999	0.6226
受的 試編 者號	第 11 題	第 12 題	第 13 題	第 14 題	第 15 題	第 16 題	第 17 題	第 18 題	第 19 題	第 20 題
1	0.9999	0.9999	0.9957	0.9113	0.9999	0.7489	0.9945	0.8110	0.9934	0.6496
2	0.9999	0.9999	0.9963	0.9139	0.9999	0.7490	0.9952	0.8118	0.9934	0.6505
3	0.9999	0.6307	0.8271	0.3923	0.7707	0.6826	0.7769	0.5796	0.9661	0.4368
4	0.9999	0.9829	0.9740	0.8193	0.9999	0.7434	0.9685	0.7841	0.9952	0.6225

5	0.9999	0.9999	0.9971	0.9169	0.9999	0.7490	0.9960	0.8128	0.9935	0.6514
6	0.9249	0.2089	0.6108	0.2530	0.2556	0.3009	0.2810	0.0654	0.4648	0.3507
7	0.9922	0.2703	0.7264	0.2457	0.4326	0.4360	0.5432	0.2329	0.6451	0.3380
8	0.9455	0.2149	0.6540	0.2485	0.3065	0.3276	0.3635	0.1047	0.5047	0.3487
9	0.9375	0.2114	0.6381	0.2503	0.2867	0.3156	0.3315	0.0883	0.4875	0.3501
10	0.9306	0.2096	0.6237	0.2518	0.2699	0.3070	0.3042	0.0755	0.4746	0.3507
11	0.9999	0.3059	0.7437	0.2519	0.4819	0.4837	0.5962	0.2878	0.7045	0.3385
12	0.9999	0.9413	0.9502	0.7237	0.9809	0.7344	0.9362	0.7560	0.9999	0.5936
13	0.9999	0.9999	0.9974	0.9181	0.9999	0.7491	0.9964	0.8132	0.9935	0.6518
14	0.9999	0.9999	0.9908	0.8913	0.9999	0.7482	0.9891	0.8049	0.9932	0.6435
15	0.9999	0.9934	0.9806	0.8476	0.9999	0.7456	0.9769	0.7921	0.9940	0.6307
16	0.9999	0.9999	0.9967	0.9155	0.9999	0.7490	0.9957	0.8123	0.9934	0.6509
17	0.9999	0.5186	0.7978	0.3307	0.6874	0.6440	0.7347	0.5025	0.9117	0.3920
18	0.9784	0.2464	0.7080	0.2440	0.3918	0.3971	0.4914	0.1884	0.5961	0.3404
19	0.9999	0.3554	0.7597	0.2652	0.5393	0.5365	0.6459	0.3510	0.7708	0.3449
20	0.9999	0.8997	0.9289	0.6502	0.9504	0.7272	0.9069	0.7314	0.9999	0.5684
21	0.9999	0.9999	0.9949	0.9080	0.9999	0.7488	0.9937	0.8100	0.9933	0.6486
22	0.9999	0.9999	0.9939	0.9040	0.9999	0.7487	0.9926	0.8087	0.9933	0.6474
23	0.9999	0.8349	0.8994	0.5633	0.9066	0.7182	0.8676	0.6957	0.9999	0.5331
24	0.9660	0.2308	0.6894	0.2448	0.3581	0.3669	0.4436	0.1533	0.5574	0.3437
25	0.9550	0.2209	0.6712	0.2465	0.3300	0.3443	0.4008	0.1259	0.5275	0.3466
26	0.9999	0.9671	0.9646	0.7799	0.9999	0.7398	0.9559	0.7728	0.9972	0.6109
27	0.9999	0.9999	0.9884	0.8813	0.9999	0.7478	0.9864	0.8019	0.9933	0.6406
28	0.9999	0.4253	0.7766	0.2898	0.6083	0.5925	0.6921	0.4239	0.8426	0.3614
29	0.9999	0.9999	0.9851	0.8672	0.9999	0.7470	0.9825	0.7978	0.9935	0.6364
30	0.9999	0.9999	0.9926	0.8987	0.9999	0.7485	0.9911	0.8071	0.9932	0.6458
31	0.9999	0.7433	0.8635	0.4735	0.8468	0.7055	0.8224	0.6459	0.9968	0.4876

因為無參數試題反應理論並無難度、鑑別度的估算，因此在本研究中特採用古典測驗理論（Classical Test Theory；簡稱 CTT）的估算方法：

$$\text{難度 } P = \frac{R_H + R_L}{n_H + n_L}$$

P ：難度指數

R_H ：高分組答對某題的人數

R_L : 低分組答對某題的人數

n_H : 高分組的人數

n_L : 低分組的人數

表 8. 各試題的古典測驗理論難度指數

第 1 題	第 2 題	第 3 題	第 4 題	第 5 題	第 6 題	第 7 題	第 8 題	第 9 題	第 10 題
0.9375	0.6875	0.6875	0.4375	0.7500	0.6875	0.6250	0.3125	0.8750	0.5000
第 11 題	第 12 題	第 13 題	第 14 題	第 15 題	第 16 題	第 17 題	第 18 題	第 19 題	第 20 題
0.9375	0.5625	0.8125	0.6250	0.6250	0.5625	0.6250	0.3750	0.6250	0.4375

$$\text{鑑別度 } D = \frac{R_H - R_L}{N}$$

D : 鑑別度指數

R_H : 高分組答對某題的人數

R_L : 低分組答對某題的人數

N : 高分組或低分組的人數

難度指數，以接近 .50 的試題最為適宜，蓋因鑑別力可能達到最大，但為了增加作測驗的動機和統計的理由，一般的測驗試題難度應以 .20 至 .80 的範圍為選擇標準 (Aiken,1976)。由表 4-1-5，發現奇數題也較偶數題簡單，符合本研究以時間序列題組型方式編製試題，奇數題為偶數題的上位概念的編製原則。

表 9. 各試題的古典測驗理論鑑別度指數

第 1 題	第 2 題	第 3 題	第 4 題	第 5 題	第 6 題	第 7 題	第 8 題	第 9 題	第 10 題
0.1250	0.6250	0.6250	0.6250	0.5000	0.6250	0.5000	-0.1250	0.2500	0.7500
第 11 題	第 12 題	第 13 題	第 14 題	第 15 題	第 16 題	第 17 題	第 18 題	第 19 題	第 20 題
0.1250	0.8750	0.3750	0.7500	0.7500	0.6250	0.7500	0.7500	0.5000	0.1250

測驗學家伊博 (Ebel, 1979) 曾提出一套針對鑑別力判斷試題好壞的評鑑標準，可以值得參考。

表 10. 伊博的鑑別力評鑑標準

鑑別指數	試題評鑑
.40 以上	非常優良
.30— .39	良好，但有時需修改
.20— .29	尚可，但需要修改
.19 以下	劣，需淘汰或修改

本研究以時間序列題組型方式編製試題，每兩題為一題組，奇數題大多為偶數題的上位概念，所以編製時，難度方面，奇數題也較偶數題簡單，由表 8，便可清楚發現同一題組的奇數題均較偶數題答對為多；至於第 1、9、11、13 因試題設計關係，題目均較為容易，所以表 9. 的鑑別度指數較低，而第 8、20 題因難度較高，不論高分組或低分組猜測參數均為較高，亦符合本測驗編製的設計，因此試題的效度均高，雖不符合表 10. 的標準，但在本研究中，亦有其價值。

由表 7.，亦發現估出受試者的答對機率有隨試題難度的增加而變小的趨勢，且其試題的難度差距越大其受試者的答對機率也會差距越大。

VI、作答策略指示變數 \hat{y} 矩陣之 \hat{y}_{wt1} 、 \hat{y}_{wt2} 和 \hat{y}_{wt3} ：

藉 Bayes 定理估得 \hat{y}_{wt1} 及 \hat{y}_{wt2} 之估計值如下：

認知作答

$$\hat{y}_{wt1} = \frac{\hat{\pi}_1 \cdot [\hat{P}_t(\theta_w)]^{x_{wt}} \cdot [1 - \hat{P}_t(\theta_w)]^{1-x_{wt}}}{\hat{\pi}_1 \cdot [\hat{P}_t(\theta_w)]^{x_{wt}} \cdot [1 - \hat{P}_t(\theta_w)]^{1-x_{wt}} + \hat{\pi}_2 \cdot \hat{c}_t^{x_{wt}} \cdot (1 - \hat{c}_t)^{1-x_{wt}}}$$

猜測作答

$$\hat{y}_{wt2} = \frac{\hat{\pi}_2 \cdot \hat{c}_t^{x_{wt}} \cdot (1 - \hat{c}_t)^{1-x_{wt}}}{\hat{\pi}_1 \cdot [\hat{P}_t(\theta_w)]^{x_{wt}} \cdot [1 - \hat{P}_t(\theta_w)]^{1-x_{wt}} + \hat{\pi}_2 \cdot \hat{c}_t^{x_{wt}} \cdot (1 - \hat{c}_t)^{1-x_{wt}}}$$

\hat{y}_{wt3} 則是可觀察的受試者 w 作答第 t 題時，是否採取未答策略 3 之可觀察指示變數。

而三種作答策略之和為 1：

$$\hat{y}_{wt1} + \hat{y}_{wt2} + \hat{y}_{wt3} = 1$$

表 11. 作答策略指示變數 \hat{y} 矩陣之認知作答 \hat{y}_{wt1} 的值

受的試編者號	第 1 題	第 2 題	第 3 題	第 4 題	第 5 題	第 6 題	第 7 題	第 8 題	第 9 題	第 10 題
1	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.8170	0.9544	0.9890	1.0000
2	0.9890	1.0000	0.9998	0.8557	0.9918	0.9890	0.9870	0.9544	0.9890	1.0000
3	0.9890	1.0000	0.9997	0.9442	0.9900	0.9889	0.9280	0.9575	0.9890	1.0000
4	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.9866	0.9449	0.9890	1.0000
5	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.9870	0.9441	0.9890	1.0000
6	0.7164	0.9198	0.9299	0.9489	0.9198	0.9755	0.9427	0.9401	0.9871	0.9440
7	0.9889	0.9026	0.9195	1.0000	0.9873	0.9835	0.9721	0.9407	0.9874	0.9406
8	0.9882	1.0000	0.9269	0.9481	0.9857	0.9283	0.9418	0.9394	0.9870	1.0000
9	0.9881	0.9169	0.9280	0.9484	0.9151	0.9312	0.9710	0.9724	0.9870	0.9437
10	0.9880	0.9184	0.9290	0.9487	0.9176	0.9334	0.9425	0.9398	0.9871	0.9439
11	0.9890	1.0000	0.9155	0.9470	0.9877	0.9849	0.9406	0.9704	0.9877	0.9386
12	0.9890	1.0000	0.9998	0.9095	0.9917	0.9890	0.9860	0.9542	0.9890	1.0000
13	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.9870	0.9545	0.9890	1.0000
14	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.8203	0.9544	0.9890	1.0000
15	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.8287	0.9543	0.9890	1.0000
16	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.9870	0.9545	0.9890	1.0000
17	0.9890	0.8452	0.9997	0.9464	0.8553	0.9883	0.9352	0.9484	0.9888	0.9225
18	0.9887	1.0000	0.9995	0.9472	0.9007	0.9098	0.9411	0.9721	0.7853	0.9418
19	0.9890	0.8878	0.9092	0.9470	0.9881	0.9862	0.9727	0.9437	0.9880	0.9357
20	0.9890	1.0000	0.9998	0.0000	0.9916	0.9890	0.9852	0.9540	0.9890	1.0000
21	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.1964	0.9890	0.9870	0.9544	0.9890	1.0000

22	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.9870	0.9544	0.9890	1.0000
23	0.9890	1.0000	0.9998	0.0000	0.9912	0.9890	0.0000	0.0000	0.9890	0.0000
24	0.9886	0.9102	0.9995	0.9475	0.9866	0.9807	0.9413	0.9395	0.9871	0.9426
25	0.9884	1.0000	0.9994	0.9478	0.9861	0.9242	0.9715	0.9725	0.7991	0.9431
26	0.9890	1.0000	0.5914	0.8979	0.9918	0.9890	0.9864	0.9543	0.9890	1.0000
27	0.9890	1.0000	0.5303	0.8686	0.9918	0.9890	0.9869	0.9544	0.9890	1.0000
28	0.9890	1.0000	0.8981	0.9470	0.8738	0.9873	0.9386	0.9459	0.9884	1.0000
29	0.9890	1.0000	0.9998	0.8736	0.9918	0.9890	0.9869	0.9447	0.9890	1.0000
30	0.9890	1.0000	0.9998	1.0000	0.9918	0.9890	0.9870	0.9544	0.9890	0.4002
31	0.9890	1.0000	0.9997	0.9395	0.9907	0.9890	0.9815	0.9525	0.9890	0.8832
受的 試 編 者 號	第 11 題	第 12 題	第 13 題	第 14 題	第 15 題	第 16 題	第 17 題	第 18 題	第 19 題	第 20 題
1	0.9892	1.0000	0.9889	0.9946	0.9995	0.8549	0.9983	1.0000	0.9893	0.9834
2	0.9892	1.0000	0.9889	0.9946	0.9995	0.9904	0.9983	1.0000	0.9893	0.9834
3	0.9892	0.8809	0.8171	0.9311	0.9994	0.9894	0.9979	1.0000	0.9890	0.9353
4	0.9892	1.0000	0.4020	0.8007	0.9995	0.8575	0.9983	1.0000	0.9893	0.9065
5	0.9892	1.0000	0.9889	0.9946	0.9995	0.8548	0.9983	1.0000	0.9893	0.9834
6	0.9883	0.9406	0.9095	0.9432	0.9377	0.9763	0.9371	0.9493	0.9774	0.9434
7	0.9891	0.9360	0.9848	0.9437	0.9198	0.9297	0.9970	0.9389	0.9836	0.9445
8	0.9886	0.9402	0.8994	0.9435	0.9334	0.9404	0.9295	0.9472	0.9791	0.9436
9	0.6160	0.9405	0.9034	0.9806	0.9352	0.9414	0.9326	0.9481	0.9290	0.9696
10	0.9884	1.0000	0.9823	0.9433	0.9366	0.9421	0.9351	0.9488	0.9306	0.9434
11	0.9892	1.0000	0.9851	0.9433	0.9129	0.9237	0.9972	0.9345	0.9850	0.9444
12	0.9892	1.0000	0.9883	0.8600	0.9995	0.9902	0.9982	0.8302	0.9894	0.9126
13	0.9892	1.0000	0.9889	0.9946	0.9995	0.9904	0.9984	1.0000	0.9893	0.9834
14	0.9892	1.0000	0.9888	0.9945	0.9995	0.9903	0.9983	0.7963	0.9893	0.9832
15	0.9892	1.0000	0.9887	0.9942	0.9995	0.9903	0.3235	0.8063	0.9893	0.9829
16	0.9892	1.0000	0.9889	0.9946	0.9995	0.9904	0.9983	1.0000	0.9893	0.8997
17	0.9892	1.0000	0.9861	0.9852	0.9993	0.9888	0.8461	0.9088	0.9883	0.9727
18	0.9889	0.9379	0.9844	0.9438	0.9988	0.9820	0.9967	0.9421	0.9116	0.9687
19	0.9892	0.9281	0.8613	0.9423	0.9991	0.9866	0.9975	1.0000	0.9862	0.9439
20	0.9892	1.0000	0.9881	0.0000	0.5006	0.0000	0.9982	1.0000	0.9894	0.9810
21	0.9892	1.0000	0.9888	0.9946	0.9995	0.8549	0.9983	1.0000	0.9893	0.9833
22	0.9892	1.0000	0.9888	0.9945	0.9995	0.9904	0.9983	0.7930	0.9893	0.9006

23	0.9892	1.0000	0.9877	0.0000	0.9995	0.9899	0.9981	1.0000	0.9894	0.9230
24	0.9888	0.9390	0.9840	0.9802	0.9987	0.9369	0.9202	0.9443	0.9187	0.9440
25	0.9887	0.9398	0.9836	0.9437	0.9313	0.9390	0.9254	0.9460	0.9234	0.9693
26	0.9892	0.3973	0.9885	0.9937	0.9995	0.9902	0.9983	1.0000	0.9893	0.9823
27	0.9892	1.0000	0.9888	0.9944	0.9995	0.9903	0.9983	1.0000	0.9893	0.9831
28	0.9892	0.9201	0.9858	0.9404	0.8879	0.9878	0.9976	1.0000	0.9874	0.9425
29	0.9892	1.0000	0.9887	0.9943	0.9995	0.9903	0.9983	1.0000	0.1422	0.9033
30	0.9892	1.0000	0.9888	0.9945	0.9995	0.9903	0.9983	1.0000	0.9893	0.9010
31	0.9892	1.0000	0.9872	0.9896	0.9994	0.8736	0.7863	0.8764	0.9893	0.9780

表 12 作答策略指示變數 \hat{y} 矩陣之猜測作答 \hat{y}_{wr2} 的值

受的試編者號	第 1 題	第 2 題	第 3 題	第 4 題	第 5 題	第 6 題	第 7 題	第 8 題	第 9 題	第 10 題
1	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.1830	0.0456	0.0110	0.0000
2	0.0110	0.0000	0.0002	0.1443	0.0082	0.0110	0.0130	0.0456	0.0110	0.0000
3	0.0110	0.0000	0.0003	0.0558	0.0100	0.0111	0.0720	0.0425	0.0110	0.0000
4	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.0134	0.0551	0.0110	0.0000
5	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.0130	0.0559	0.0110	0.0000
6	0.2836	0.0802	0.0701	0.0511	0.0802	0.0245	0.0573	0.0599	0.0129	0.0560
7	0.0111	0.0974	0.0805	0.0000	0.0127	0.0165	0.0279	0.0593	0.0126	0.0594
8	0.0118	0.0000	0.0731	0.0519	0.0143	0.0717	0.0582	0.0606	0.0130	0.0000
9	0.0119	0.0831	0.0720	0.0516	0.0849	0.0688	0.0290	0.0276	0.0130	0.0563
10	0.0120	0.0816	0.0710	0.0513	0.0824	0.0666	0.0575	0.0602	0.0129	0.0561
11	0.0110	0.0000	0.0845	0.0530	0.0123	0.0151	0.0594	0.0296	0.0123	0.0614
12	0.0110	0.0000	0.0002	0.0905	0.0083	0.0110	0.0140	0.0458	0.0110	0.0000
13	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.0130	0.0455	0.0110	0.0000
14	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.1797	0.0456	0.0110	0.0000
15	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.1713	0.0457	0.0110	0.0000
16	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.0130	0.0455	0.0110	0.0000
17	0.0110	0.1548	0.0003	0.0536	0.1447	0.0117	0.0648	0.0516	0.0112	0.0775
18	0.0113	0.0000	0.0005	0.0528	0.0993	0.0902	0.0589	0.0279	0.2147	0.0582
19	0.0110	0.1122	0.0908	0.0530	0.0119	0.0138	0.0273	0.0563	0.0120	0.0643
20	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0084	0.0110	0.0148	0.0460	0.0110	0.0000
21	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.8036	0.0110	0.0130	0.0456	0.0110	0.0000

22	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.0130	0.0456	0.0110	0.0000
23	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0088	0.0110	0.0000	0.0000	0.0110	0.0000
24	0.0114	0.0898	0.0005	0.0525	0.0134	0.0193	0.0587	0.0605	0.0129	0.0574
25	0.0116	0.0000	0.0006	0.0522	0.0139	0.0758	0.0285	0.0275	0.2009	0.0569
26	0.0110	0.0000	0.4086	0.1021	0.0082	0.0110	0.0136	0.0457	0.0110	0.0000
27	0.0110	0.0000	0.4697	0.1314	0.0082	0.0110	0.0131	0.0456	0.0110	0.0000
28	0.0110	0.0000	0.1019	0.0530	0.1262	0.0127	0.0614	0.0541	0.0116	0.0000
29	0.0110	0.0000	0.0002	0.1264	0.0082	0.0110	0.0131	0.0553	0.0110	0.0000
30	0.0110	0.0000	0.0002	0.0000	0.0082	0.0110	0.0130	0.0456	0.0110	0.5998
31	0.0110	0.0000	0.0003	0.0605	0.0093	0.0110	0.0185	0.0475	0.0110	0.1168
受的 試 編 者 號	第 11 題	第 12 題	第 13 題	第 14 題	第 15 題	第 16 題	第 17 題	第 18 題	第 19 題	第 20 題
1	0.0108	0.0000	0.0111	0.0054	0.0005	0.1451	0.0017	0.0000	0.0107	0.0166
2	0.0108	0.0000	0.0111	0.0054	0.0005	0.0096	0.0017	0.0000	0.0107	0.0166
3	0.0108	0.1191	0.1829	0.0689	0.0006	0.0106	0.0021	0.0000	0.0110	0.0647
4	0.0108	0.0000	0.5980	0.1993	0.0005	0.1425	0.0017	0.0000	0.0107	0.0935
5	0.0108	0.0000	0.0111	0.0054	0.0005	0.1452	0.0017	0.0000	0.0107	0.0166
6	0.0117	0.0594	0.0905	0.0568	0.0623	0.0237	0.0629	0.0507	0.0226	0.0566
7	0.0109	0.0640	0.0152	0.0563	0.0802	0.0703	0.0030	0.0611	0.0164	0.0555
8	0.0114	0.0598	0.1006	0.0565	0.0666	0.0596	0.0705	0.0528	0.0209	0.0564
9	0.3840	0.0595	0.0966	0.0194	0.0648	0.0586	0.0674	0.0519	0.0710	0.0304
10	0.0116	0.0000	0.0177	0.0567	0.0634	0.0579	0.0649	0.0512	0.0694	0.0566
11	0.0108	0.0000	0.0149	0.0567	0.0871	0.0763	0.0028	0.0655	0.0150	0.0556
12	0.0108	0.0000	0.0117	0.1400	0.0005	0.0098	0.0018	0.1698	0.0106	0.0874
13	0.0108	0.0000	0.0111	0.0054	0.0005	0.0096	0.0016	0.0000	0.0107	0.0166
14	0.0108	0.0000	0.0112	0.0055	0.0005	0.0097	0.0017	0.2037	0.0107	0.0168
15	0.0108	0.0000	0.0113	0.0058	0.0005	0.0097	0.6765	0.1937	0.0107	0.0171
16	0.0108	0.0000	0.0111	0.0054	0.0005	0.0096	0.0017	0.0000	0.0107	0.1003
17	0.0108	0.0000	0.0139	0.0148	0.0007	0.0112	0.1539	0.0912	0.0117	0.0273
18	0.0111	0.0621	0.0156	0.0562	0.0012	0.0180	0.0033	0.0579	0.0884	0.0313
19	0.0108	0.0719	0.1387	0.0577	0.0009	0.0134	0.0025	0.0000	0.0138	0.0561
20	0.0108	0.0000	0.0119	0.0000	0.4994	0.0000	0.0018	0.0000	0.0106	0.0190
21	0.0108	0.0000	0.0112	0.0054	0.0005	0.1451	0.0017	0.0000	0.0107	0.0167
22	0.0108	0.0000	0.0112	0.0055	0.0005	0.0096	0.0017	0.2070	0.0107	0.0994

23	0.0108	0.0000	0.0123	0.0000	0.0005	0.0101	0.0019	0.0000	0.0106	0.0770
24	0.0112	0.0610	0.0160	0.0198	0.0013	0.0631	0.0798	0.0557	0.0813	0.0560
25	0.0113	0.0602	0.0164	0.0563	0.0687	0.0610	0.0746	0.0540	0.0766	0.0307
26	0.0108	0.6027	0.0115	0.0063	0.0005	0.0098	0.0017	0.0000	0.0107	0.0177
27	0.0108	0.0000	0.0112	0.0056	0.0005	0.0097	0.0017	0.0000	0.0107	0.0169
28	0.0108	0.0799	0.0142	0.0596	0.1121	0.0122	0.0024	0.0000	0.0126	0.0575
29	0.0108	0.0000	0.0113	0.0057	0.0005	0.0097	0.0017	0.0000	0.8578	0.0967
30	0.0108	0.0000	0.0112	0.0055	0.0005	0.0097	0.0017	0.0000	0.0107	0.0990
31	0.0108	0.0000	0.0128	0.0104	0.0006	0.1264	0.2137	0.1236	0.0107	0.0220

表 13. 作答策略指示變數 \hat{y} 矩陣之遺漏作答 \hat{y}_{wt3} 的值

受的 試編 者號	第 1 題	第 2 題	第 3 題	第 4 題	第 5 題	第 6 題	第 7 題	第 8 題	第 9 題	第 10 題
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
22	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
23	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000	1.0000
24	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
26	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
27	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
29	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
31	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
受的 試編 者號	第 11 題	第 12 題	第 13 題	第 14 題	第 15 題	第 16 題	第 17 題	第 18 題	第 19 題	第 20 題
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
22	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
23	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
24	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
26	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
27	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
29	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
31	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

由以上表 11. 及表 12. 可發現 \hat{y}_{wr1} 的值大部份都很大且 \hat{y}_{wr2} 的值大部份都很小，表示大部份的試題大部份的人都偏向採認知作答，只有少數的值相反，表示其作答的策略比較偏向猜測作答，另外，從這 31 位受試者中，清楚發現不同能力組對於不同難度的題目較容易採取各種不同策略；由表 13. 發現，因本測驗難度較低，遺漏作答及未答情形較少，詳細探討如下：

1. 低分組的受試者，在題組型的表現中對較簡單的題目，較多偏向採取認知作答，對於較難的題目，則偏向採取猜測作答。
2. 高分組的受試者不論難度高低，皆能儘量以認知方式作答，較少採取猜測作答試題。
3. 至於中等能力者（如 20、23 號），對於較難問題，比較容易採取未答，而低分組較多偏向採猜測作答，高分組多採認知作答。
4. 未答及遺漏答的表現亦大多集中在中等能力組的受試者中。

(三) 時間序列測驗之試題關聯結構分析

此部分之研究抽取受測之其中一個班級作分析，透過程式繪製出班級中不同能力組別學生答題反應所顯示之試題關聯結構圖，由結構圖來分析了解班級中能力不同者其概念架構之差異，提供教師在班級教學中之診斷與回饋。

本研究所抽取的樣本班級，學生數共 31 人，依能力值分成低、中、高三組，能力值前 25% 者屬高分組，能力值後 25% 者屬低分組，能力組屬中間之 50% 者為中分組，此外，在順序性係數上， γ 值設定為 ≥ 0.5 ，EOI 值設定為 $\leq \varepsilon (0.02 \leq \varepsilon \leq 0.04)$

，符合條件設定則表示二試題間具關聯順序存在，以此進行不同組別學生

概念架構之比較分析。

本研究以六年級不同單元所組成之10組題組型試題共20題，與一般紙筆測驗方式並不相同，每兩題呈現1分30秒，並且無法再閱覽到前一組試題，以此種類似全民英檢的測驗方式，因各單元概念彼此關聯，下圖4-2-1為依照教材分析所架構之全部試題關聯架構圖，因為相當繁雜，便以國小第三階段能力指標及題組設計作為分析比較時間序列題組型試題關聯結構之依據，避免全部試題之關聯結構在試題結構圖上呈現過於繁雜，分析說明時不易釐清，另一方面，將具有同一能力指標的試題放在一起分析，其試題或內含有多重之概念，因而在試題間仍具有其順序性或等價之關係

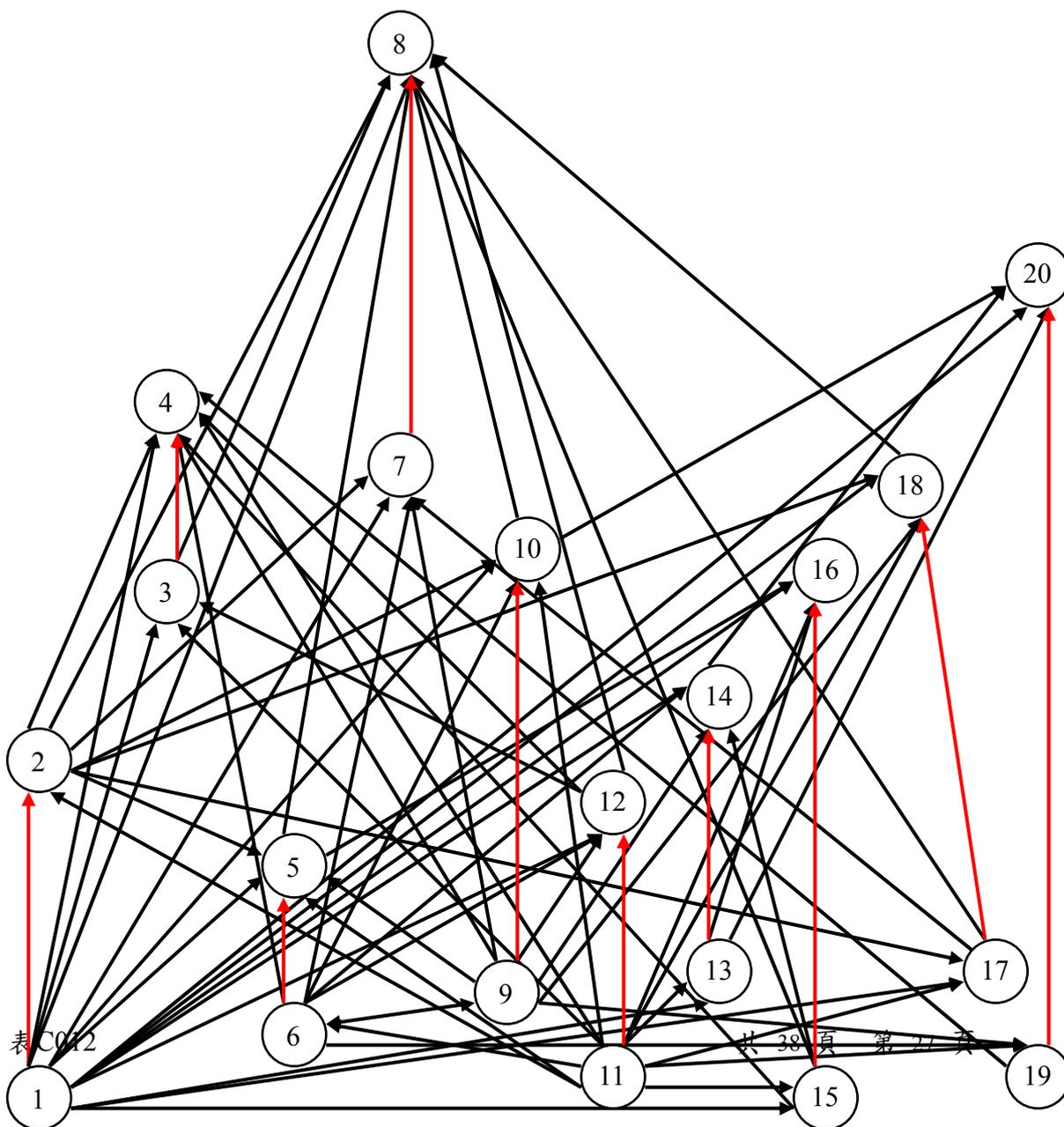
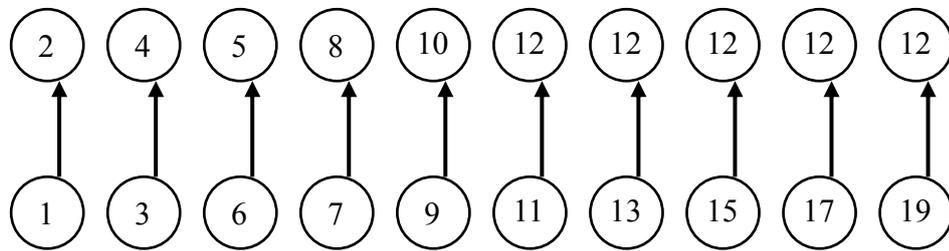


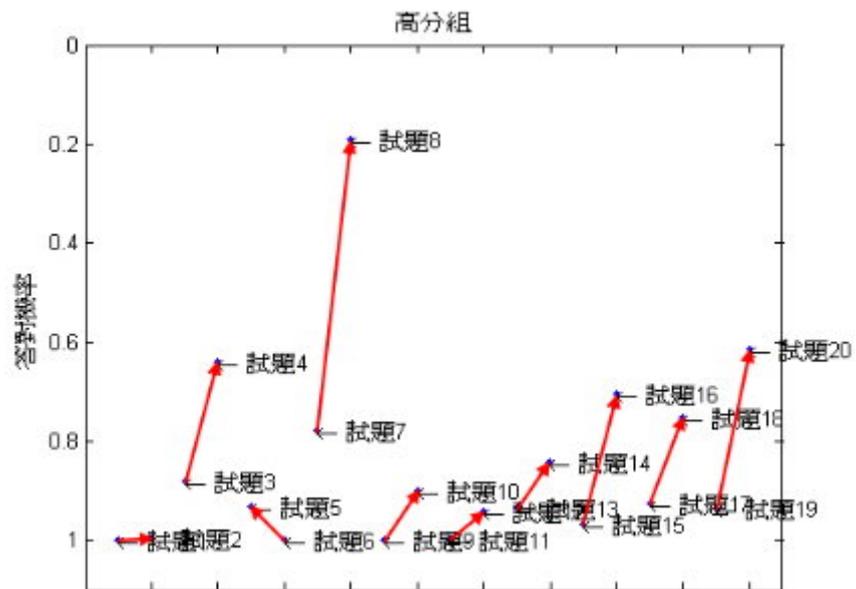
圖2 全部試題關聯結構圖

I、依題組設計之題組內試題關聯結構圖分析

1、測驗前預估之概念架構圖



2、測驗後實際之試題關聯結構圖



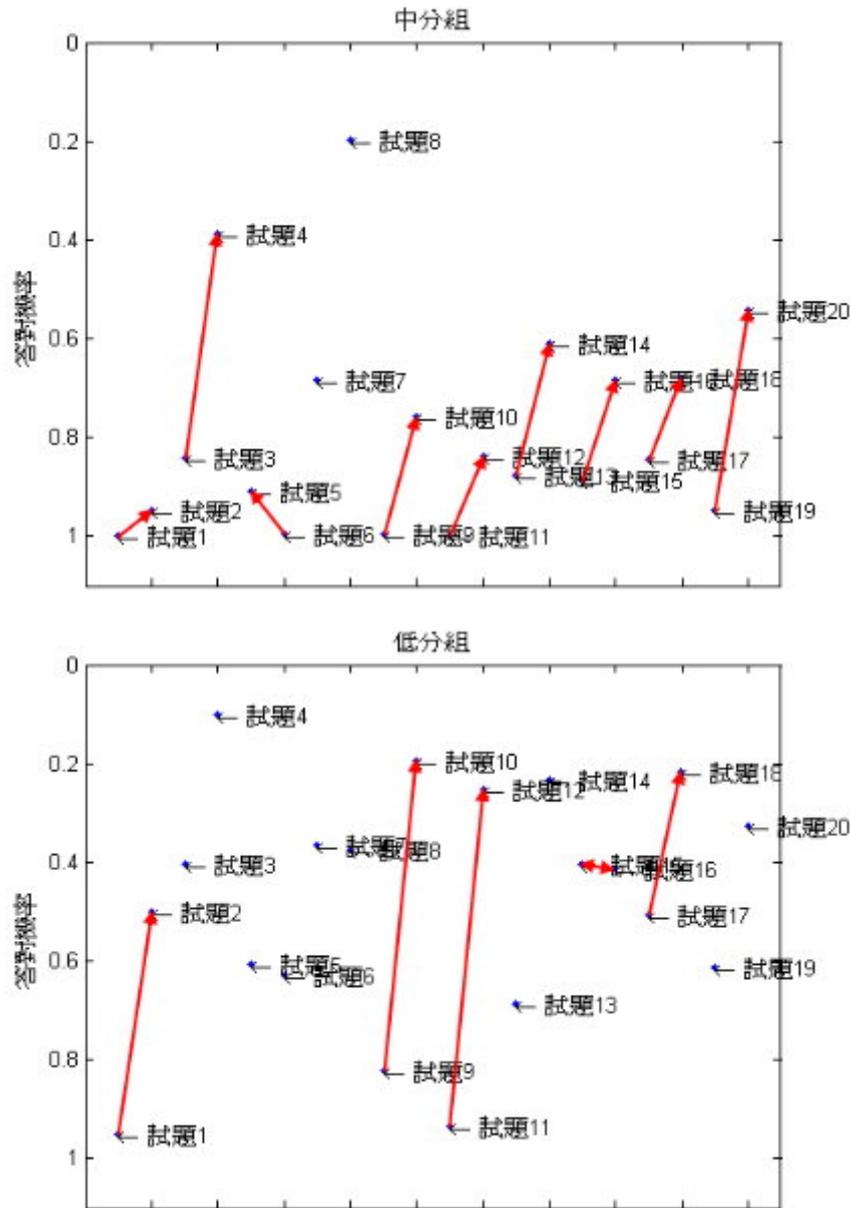


圖4-2-2 全部試題之各組試題關聯結構圖

II、各組試題關聯結構圖之分析比較

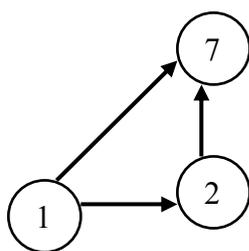
1. 各題組均以相同單元設計出具順序關聯概念的試題，題組內由一基本概念題和觀念應用題，設計上，前一題多為較簡單的基本概念題，後一題為難度較高之應用題，除試題5、6外，在題組內試題關聯結構上，後一題應為前一題的上位概念。題組間並沒有有一定關聯，但因本研究專注在各題組內之結構關聯，因教材各單元彼此均有概念上的聯繫，題組間之試題亦有相當程度的關聯，茲於

後面探討。

2. 試題6為四則運算的基本題，試題五為包含括弧的混合計算，因此在計算觀念上，試題6只需遵守先乘除後加減的規律，試題5則必須注意括弧內和先乘除後加減的兩項規律，試題5實為試題6的上位概念。
3. 題組內之基本概念題皆比觀念應用題答對率高，高分組之試題關聯結構圖與測試前之結構圖相符，而試題7、8除須依題意計算面積，還需進行單位化聚，難度較高，因此猜測機率較其他題目為大，低分組反而出現試題8答對率比中、高分組高的情況，所以中、低分組在此一題組中未出現順序關聯之情形；低分組在同一題組內的兩題答對率和試題關聯差距相當大，甚至出現解構或不正常的結構關聯，如試題15、16出現雙向順序關係，其情況依學生訪談結果為學生對觀念應用均不足，大多停留於數字的直接運算，未能學習到將數量關係與生活情境有所連結所致。

III、題組間因數、倍數概念之試題關聯結構圖分析

1、測驗前預估之概念架構圖



2、測驗後實際之試題關聯結構圖

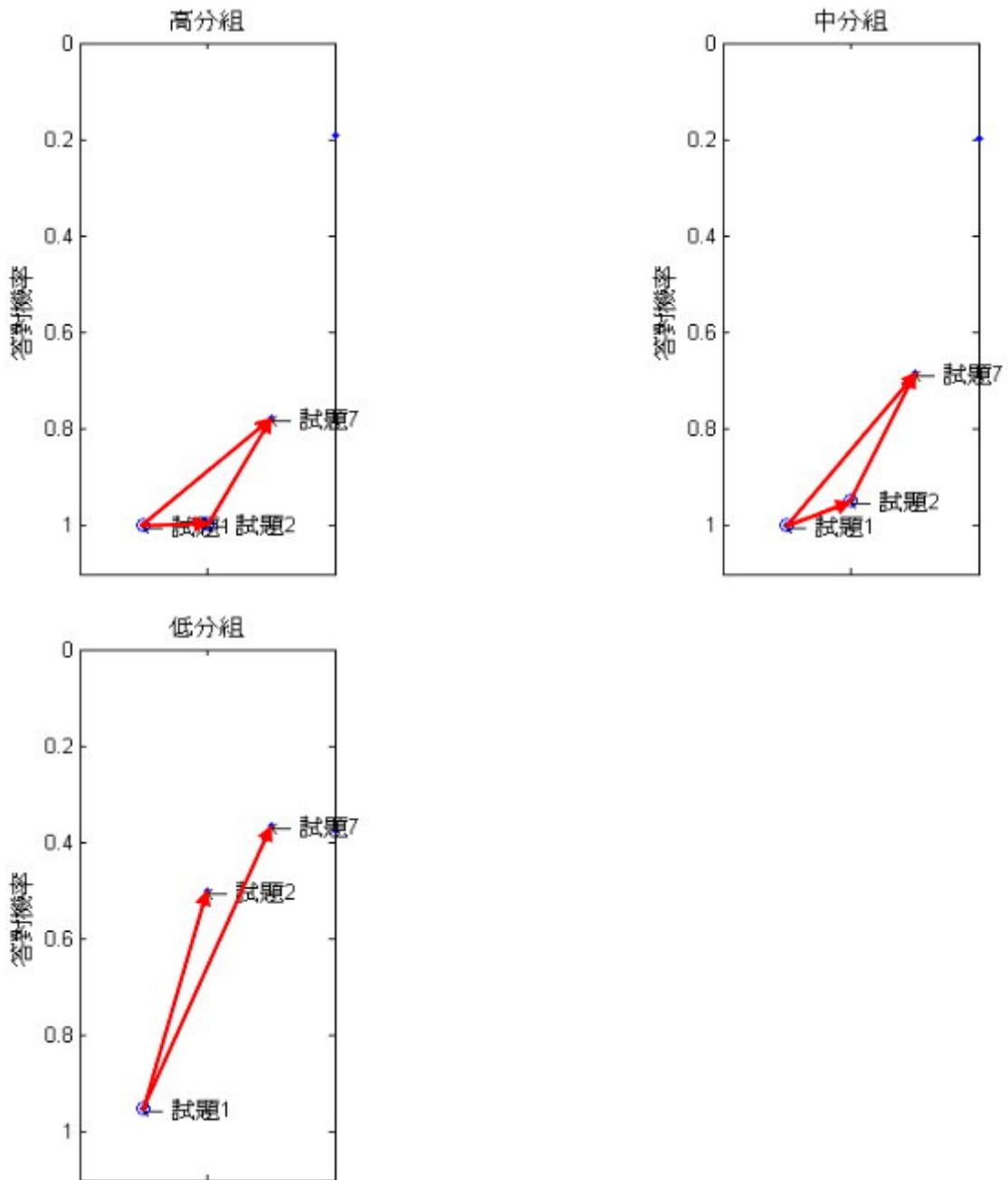


圖4-2-3 試題1、2、7之各組試題關聯結構圖

3、各組試題關聯結構圖之分析比較

(1) 試題1與試題2為公因數、公倍數的基本概念題型，試題7需運用公倍數之概念解題，並須找出公倍數中最接近題目要求的數，所以試題7應為試題1、2之上位概念。

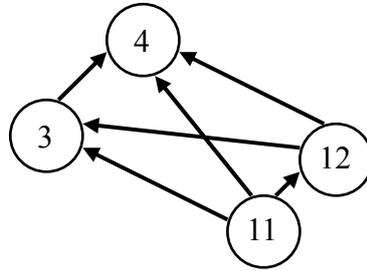
(2) 試題1、2皆為直觀的計算題型，因此除低分組練習不足外，答對率均高，而試題7為公倍數之應用題型，從試題中找出數字間的關

係，並正確使用公倍數的觀念計算出最接近的數，因此難度偏高，每組答對機率明顯都較低。

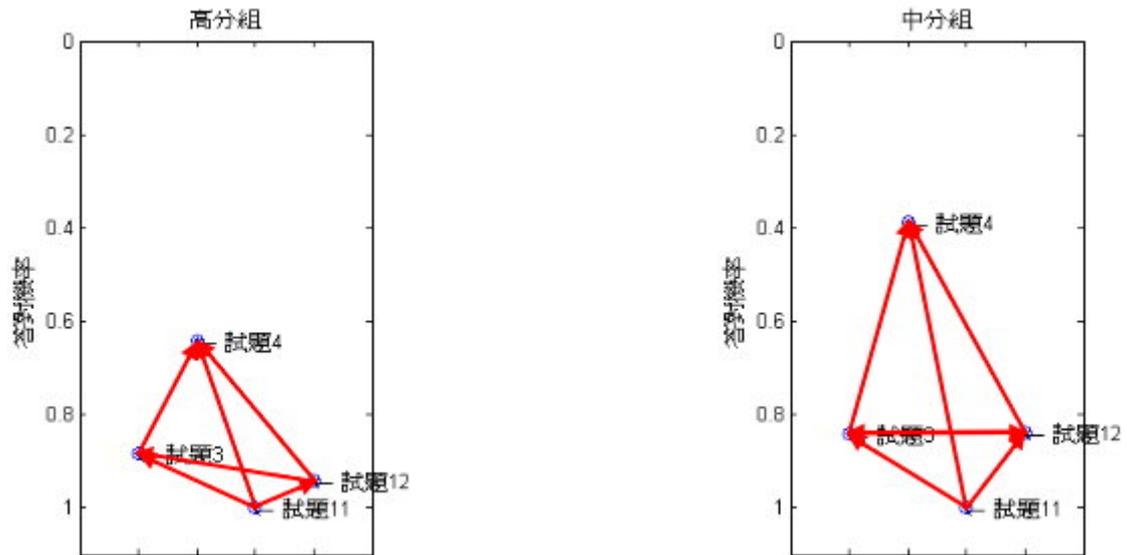
(3) 在學生實際反應之概念結構圖中，中、高分組學生所呈現之圖形與預估之概念圖相同，但據了解，低分組因未能理解試題7的題意，並以正確的概念解題，以致試題7答對率偏低，亦與公倍數結構概念解構。

IV、題組間分數的四則概念之試題關聯結構圖分析

1、測驗前預估之概念架構圖



2、測驗後實際之試題關聯結構圖



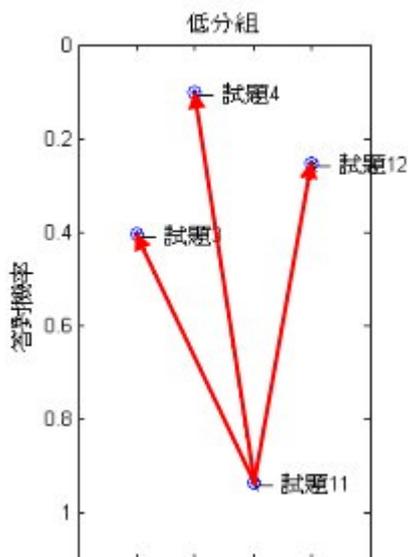


圖4-2-4 試題3、4、11、12之各組試題關聯結構圖

3、各組試題關聯結構圖之分析比較

(一) 試題11為簡易的分數減法，試題12為異分母的連續減法，異分母的加減應先通分，試題3、4加入帶分數乘法的計算，以及結合率的概念的運用，除此之外，試題4尚須要具有連續乘法的概念，因此依難度由簡至難看來，應為試題11、12、3、4，在試題結構關聯方面，試題4為其他試題的上位概念。

(二) 各組在最簡易的試題4，有相當高的答對率；試題12為一應用題，中、高分組能理解此題為分數的連續減法，答對率較試題3高，低分組因多人採用猜測作答，使得試題關聯結構解構；試題4難度最高，在各組答對率中為最低，而且越是低分組，答對率就越低。

(三) 高分組所表現出的試題關聯結構圖與測驗前預估之概念結構圖相符，而中分組則在試題3與12出現雙向順序性之關聯，據瞭解，試題12以應用題方式呈現，對於一些中分組程度較低者仍有理解上之困難，低分組無法將試題4以結合率的方式解題，而被連續乘法的較長算式所迷惑，無法藉由試題3的基礎來簡化算式，以最便

捷的方式求得正解，因此低分組受試者對分數的連續乘法和結合率的運用之概念並不瞭解，致使試題3、12與試題4則無順序關係。

陸、計畫結果自評

1. 本研究完成 GHMM 與 KN-IRT 與 OT 試題順序理論之教育測驗分析整合模型之下列相關事宜
 - (1) 基於 GHMM 之核平滑化無參數型 IRT 與 OT 試題順序理論之教育測驗整合分析模型
 - (2) 基於 GHMM 之核平滑化無參數型 IRT 與 OT 試題順序理論教育測驗分析模型之電腦應用系統之設計
 - (3) 實際應用資料實驗
2. 本研究完成 GHMM 與 KN-IRT 與 IRS 試題關聯結構理論之教育測驗分析整合模型之下列相關事宜
 - (1) 基於 GHMM 之核平滑化無參數型 IRT 與 IRS 試題關聯結構理論之教育測驗整合分析模型
 - (2) 基於 GHMM 之核平滑化無參數型 IRT 與 IRS 試題關聯結構理論教育測驗分析模型之電腦應用系統之設計
 - (3) 實際應用資料實驗
3. 對於學術研究、國家發展及其他應用方面預期之貢獻
學術研究方面，本計畫發展新的教育測驗分析模型理論分析技術，發表相關論文 2 篇；在國家發展方面，本研究發展新的教育測驗分析模型理論分析技術，可供在各類國家教學研究分析用。
4. 參與之工作人員，預期可獲之訓練如下：
 - (1) 瞭解基於二點計分 GHMM 之核平滑化無參數型 IRT 與 OT 試題順序理論及 IRS 試題關聯結構理論之教育測驗整合分析模型
 - (2) 瞭解時間序列與非時間序列試題間有順序關聯之教育測驗分析模式
 - (3) 如何產生時間序列教育測驗統計分析模型模擬資料進行實驗
 - (4) 如何撰寫期刊論文

參考文獻

- 劉湘川(2000)：點二系列相關試題鑑別指數之值譜分析及其在 IRT 上之應用。測驗統計年刊第八輯。1-20 頁。台中市：國立台中師範學院。
- 劉湘川(2001a)：相關加權核平滑化無參數試題選項特徵曲線估計法及其 IORS 整合模式。第五屆華人社會心理與教育測驗學術研討會。C5.1，1-10 頁。台北市：中國測驗學會、台灣師範大學。
- 劉湘川(2001b)：核平滑化試題選項特徵曲線與選項關聯結構整合擴充模式。測驗統計年刊第九輯。1-18 頁。台中市：國立台中師範學院。
- 劉湘川、劉新梧(2001)：不完全資料之多元計分三參數試題選項分析擴充模式。測驗統計年刊第九輯。19-45 頁。台中市：國立台中師範學院。
- 劉湘川(2003a)：高階相關比累進加權核平滑化試題選項分析綜合模式。測驗統計年刊第九輯。19-45 頁。台中市：國立台中師範學院。

- 計年刊第十輯。197-218 頁。台中市：國立台中師範學院。
- 劉湘川(2003b)混合型語義結構分析之研究。測驗統計年刊第十一輯。1-12 頁。
台中市：國立台中師範學院。
- 劉湘川(2003c)：核平滑化試題與選項分析模式之條件最大概似數值估計。測驗
統計年刊第十一輯。17-40 頁。台中市：國立台中師範學院。
- 劉湘川、楊志良(2003)態度問題關聯結構分析方法之發展-以健保態度問題為例。
第六屆工程科技與中西醫學應用研討會。台中縣：台中健康暨管理學院。
- 劉湘川、劉東昇（2003）態度問題關聯結構分析方法之研究。中華心理學會。台
北市：輔仁大學。
- 劉湘川、簡茂發（2004.）混合型態度問題關聯結構分析。第六屆兩岸心理與教
育測驗學術研討會。中國測驗學會。陝西師範大學。
- 劉湘川(2004)：廣義隱藏式馬可夫模型應用於測驗分析之研究。
測驗統計年刊第十二輯。1-22 頁。台中市：國立台中師範學院。
- 竹谷誠（1987）。評定尺度データの意味分析法。日本行動計量學會誌，14，2，
10-17。

Chia-Lin Shen, Kuei-Jen Lee, Hsiang-Chuan Liu.. (2004.) Ordering Analysis of Gene
Expression Dynamics. The 21st Workshop on Combinatorial Mathematics and
Computation Theory

Hsiang-Chuan Liu, Ten-Wei Hsiuh & Bor-Chen Kuo, (2003.). : Item Ordering
Theories Based on Nonparametric Item Response Theory, IMPS-2003 International
Meeting of the Psychometric Society, Sardinia, Italy.

MacDonald, I. L., & Zucchini, W. (1997). Hidden Markov and Other Models for
Discrete-valued Time Series. London: Chapman&Hall.

Makoto Takeya (1999) Structure analysis methods for instruction, Takushoku
University Press, Hachioji, Tokyo, Japan

Ramsay,J.O. (1991). Kernel smoothing approaches to nonparametric item
characteristic curve estimation. *Psychometrika*, 56, 611-630.

附錄：時間序列診斷測驗試題

康軒版數學第十一、十二冊時間序列電腦測驗共 20 題

六年級數學領域 性別：男/女

_____縣(市)_____國小 六年_____班 姓名：_____座號：

	注意事項
--	------

<p>六年級數學領域 GHMM 題組型序列 測驗</p> <p>國立台中教育大學測驗統計研究所 研究生：林奎光</p>	<p>一、試題共 20 題。</p> <p>二、每次依序顯示相關的 2 題在螢幕上，會以「打字聲」告知題目的呈現，每組顯示 1.5 分鐘，滿 1.5 分鐘時停止顯示。</p> <p>三、請在答案紙上依題號作答。</p> <p>四、交卷時，請檢查你是否已在答案紙上的基本資料欄上填妥你的基本資料？</p>
<p>測驗開始</p>	<p>1. () 下列何者是 27 和 33 的公因數？ (A)2 (B)3 (C)5 (D)9</p> <p>2. () 下列何者是 27 和 33 的公倍數？ (A)207 (B)237 (C)267 (D)297</p>
<p>3. () $2\frac{1}{2} \times 1 + 2\frac{1}{2} \times 2 = ?$ (A) $2\frac{1}{2}$ (B)5 (C) $7\frac{1}{2}$ (D)10</p> <p>4. () $2\frac{1}{2} \times 1 \times 1 + 2\frac{1}{2} \times 2 \times 2 + 2\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = ?$ (A)40 (B)35 (C)30 (D)25</p>	<p>5. () 算式「$32 \div (4-2) \times (3+1)$」的答案是多少？ (A)64 (B)32 (C)16 (D)3</p> <p>6. () 算式「$32 \div 4 - 2 \times 3 + 1$」的答案是多少？ (A)64 (B)32 (C)16 (D)3</p>
<p>7. () 有一長方形牆壁，用邊長 30 公分或 40 公分的正方形瓷磚，都正好鋪滿，牆壁長的大約 4 公尺，這面牆的長度是多少公分？ (A) 460 (B) 480 (C) 520 (D) 540</p> <p>8. () 若牆壁的長是寬的 2 倍，則牆壁的面積是多少平方公尺？ (A) 10.8 (B) 11.2 (C) 11.5 (D) 11.52</p>	<p>9. () 哥哥在加油站打工每 2 小時賺 170 元，每天工作 8 小時，則每天可賺多少元？ (A)630 (B)680 (C)730 (D)780</p> <p>10. () 承上題，哥哥要工作幾天才能賺到 20400 元？ (A)18 (B)22 (C)26 (D)30</p>
<p>11. () 精緻餅乾禮盒，<u>曉華</u>吃了 $\frac{1}{3}$ 盒，則還剩下幾盒？</p>	<p>13. () 爸爸要買一隻原價 3000 元的手錶，爸爸付了 2400 元，是原價的多少？</p>

<p>(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$</p> <p>12. () 同上題，若<u>偉偉</u>又吃了 $\frac{1}{4}$ 盒， <u>小明</u>又吃了 $\frac{1}{6}$ 盒，則禮盒還剩下幾 盒餅乾？</p> <p>(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$</p>	<p>(A)80% (B) $\frac{3}{4}$ (C)0.7 (D)百分之 65</p> <p>14. () 原價 2500 元的項鍊，媽媽以 1625 元買到，這項鍊打了幾折？ (A)6 折 (B)65 折 (C)7 折 (D)75 折</p>
<p>15. () 實心圓柱體，底面的圓半徑為 5 公分則底面的圓面積是多少平方 公分？ (A)78.5 (B)62.8 (C)31.4 (D)25</p> <p>16.() 同上題，若圓柱體的高為 5 公分， 則圓柱體表面積為多少平方公 分？ (A)78.5 (B)157 (C)314 (D)471</p>	<p>17. () 每瓶汽水容量 1.25 公升，<u>小萍</u>買 了 40 瓶，共有幾公升的汽水？ (A)5000 (B)500 (C)50 (D)5</p> <p>18.() 承上題，<u>小萍</u>共買了幾公乘的汽水？ (A)0.005 (B)0.05 (C)0.5 (D)5</p>
<p>19. () 5 月有 31 天，共是幾個禮拜又 幾天？ (A)6 個禮拜又 1 天 (B)5 個禮拜又 3 天(C)4 個禮拜又 5 天 (D)4 個禮 拜又 3 天</p> <p>20. () 西元 2007 年 5 月 1 日星期二， 西元 2007 年的 6 月 1 日是星期幾？ (A)一 (B)三 (C)五 (D)日</p>	<p style="text-align: center;">測驗結束</p> <p>感謝您的作答，別忘了答案卷上的基本資料要填寫完整再交卷唷！</p>

參加 3 次國際會議發表 9 篇 EI 級論文心得報告

報告人姓名：劉湘川

一、會議名稱：2007 International Conference on Machine Learning and Cybernetics,
會議期間及地點：August. 19-22, 2007, Hong Kong, China.

發表 4 篇論文題目：

1. **Hsiang-Chuan Liu**, Yu-Du Jheng, Wen-Chih Lin, Guey-Shya Chen (2007,8)A novel fuzzy measure and its Choquet Integral Regression Model , Proceedings of International conference on Machine Learning and Cybernetics 2007, Vol. 7. No.3 pp. 1394-1398, ISBN 1-4244-0973X. (EI級論文).
2. **Hsiang-Chuan Liu**, Jeng-Ming Yih, Der--Bang Wu,,Chin-Chun Chen (2007).. Fuzzy c-mean algorithm based on n Mahalanobis distances and new separable criterion, International conference on Machine Learning and Cybernetics 2007, Vol. 7. No. 4. pp. 1851-1855, ISBN 1-4244-0973X. (EI 級論文).
3. **Hsiang-Chuan Liu**, Der-Bang Wu,,Hsiu-Lan Ma, Chin-Chun Chen (2007).. Fuzzy possibility c-mean algorithm with new separable criterion, Proceedings of International conference on Machine Learning and Cybernetics 2007, Vol. 7. No. 3 pp. 1215-1219, ISBN 1-4244-0973X (EI 級論文)
4. **Hsiang-Chuan Liu**, Jeng-Ming Yih, Tian-Wei Sheu, Shin-Wu Liu (2007).. A new fuzzy possibility c-mean algorithm based on unsupervised Mahalanobis distances , Proceedings of International conference on Machine Learning and Cybernetics 2007, Vol. 7. No. 7 pp. 3939-3944, ISBN 1-4244-0973X. (EI 級論文)

二、會議名稱：2007 IEEE International conference on Industrial Engineering and Engineering Management,

會議期間及地點：December. 2-5, 2007, Singapore..

發表 2 篇論文題目：

1. Hsiang-Chuan Liu, Wen-Chih Lin, Kai-Yi Chang, Wei-Sheng Weng (2007). A nonlinear regression model based on Choquet integral with ε - measure, (EI級論文)
2. Hsiang-Chuan Liu, Chin-Chun Chen, Der-Bang Wu, and Yu-Du Jheng (2007). A new weighting method for detecting outliers in IPA based on Choquet integral, (EI級論文)

三、會議名稱：2008 International Conference on Machine Learning and Cybernetics,
會議期間及地點：July. 12-15, 2008, .Kunming, China

發表 3 篇論文題目：

1. **Hsiang-Chuan Liu**, Hong-Jinh Chang, Wen-Chih Lin, and Kai-Yi Chang. (2008).

A Choquet integral regression model with a new fuzzy measure based on multiple mutual information. *Proceedings of 2008 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Volume 7, pp.3558-3562. **(EI paper)**

2. **Hsiang-Chuan Liu**, Jeng-Ming Yih, Der-Bang Wu, Shin-Wu Liu. (2008). Fuzzy C-Mean Based on Completed Mahalonobis Distances. *Proceedings of 2008 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Volume 6 of 7 pp.3569-3574 **(EI paper)**
3. **Hsiang-Chuan Liu**, Yu-Chieh Tu, Chin-Chun Chen and Wei-Sheng Weng. (2008). The Choquet integral with Respect to λ -Measure Based on γ -Support. *Proceedings of 2008 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Volume 7, pp.3602-3606. **(EI paper)**

與會心得：

1. 感謝國科會補助參加3次國際會議，各次會議主辦單很用心在籌劃會議，充分讓人感覺到他們的熱情。
2. 在國際3次會議中，個人計發表9篇論文。均為EI級論文，所發展之9種理論模式均以教育測驗資料為應用實例。將陸續充實投稿國際學術期刊，其中 Choquet integral 模式在教育測驗上之應用的相關論文。” Applying complexity-based Choquet integral to evaluate students’ performance”。已於2008年6月6日被SCI級國際學術期刊 *Expert Systems with Applications* 接受。(SCI, impact factor; 1.247)
3. 在國際3次會議中，個人均擔任SESSION CHAIR，在第3次昆明舉辦之2008 International Conference on Machine Learning and Cybernetics會議中，個人並擔任大會程序委員(PC member)
4. 參加此 3 次會議中，與世界各國研究與技術開發專業人才進行交流，並從展覽會中收集到一些與研究相關資料，獲益良多，亦看到了他國學者的在會議中互動的方式和技巧，也了解到自己不足及可以改進的地方。
5. 攜回資料名稱及內容：
會議論文初稿全集 CD，會議議程冊，及未來相關國際會議的 Call for Paper 海報。